

**Zadanie:** Ambitny maturzysta postanowił rozwiązywać 300 zadań z matematyki. Podzielił liczbę zadań na stałą codzienną porcję, jednak zauważył, że nie zdąży uporać się z wszystkimi zadaniami do matury. Postanowił zatem, że każdego dnia rozwiąże o dwa zadania więcej, niż początkowo zaplanował, co pozwoli mu rozwiązać wszystkie zadania w terminie, bo zaoszczędzi 5 dni. Ile dni mu to zajmie?

**Rozwiązanie 1.** (na piechotę)

Liczbę 300 rozkładamy na czynniki pierwsze:  $300 = 3 \cdot 100 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$ .

( $300 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2$ , co daje  $3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$  dzielników, bo każdy dzielnik jest postaci:  $2^0 \text{ lub } 1 \text{ lub } 2 \cdot 3^0 \text{ lub } 1 \cdot 5^0 \text{ lub } 1 \text{ lub } 2$ )

Oto wszystkie dzielniki liczby 300: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150, 300, zatem liczbę 300 można przedstawić za pomocą 18 iloczynów  $x \cdot y$ :

Liczba zadań $x$	1	2	3	4	5	6	<b>10</b>	<b>12</b>	15	20	25	30	50	60	75	100	150	300
Liczba dni $y$	300	150	100	75	60	50	<b>30</b>	<b>25</b>	20	15	12	10	6	5	4	3	2	1

Tylko dwa zestawy liczb spełniają oba warunki: liczby zadań różnią się o dwa, a liczby dni różnią się o 5.

**Odpowiedź:** rozwiązanie wszystkich zadań zajmie 25 dni.

**Rozwiązanie 2.** (przez układ równań)

$x$  - początkowo zaplanowana dzienna liczba zadań

$y$  - początkowo zaplanowana liczba dni

Z treści zadania wynika oczywisty układ równań:

$$\begin{cases} xy = 300 \\ (x+2)(y-5) = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 300 \\ xy + 2y - 5x - 10 = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 300 \\ 2y - 5x = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{300}{y} \\ 2y - \frac{1500}{y} = 10 \end{cases}$$

Ostatnie równanie mnożymy stronami przez  $y$  i dzielimy przez 2, co daje równanie kwadratowe:

$$y^2 - 5y - 750 = 0.$$

$$\Delta = 25 + 4 \cdot 750 = 25 + 25 \cdot 120 = 25 \cdot 121 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5 \cdot 11 = 55.$$

$$y_1 = \frac{5-55}{2} < 0, \quad y_2 = \frac{5+55}{2} = 30 \quad - \text{początkowo planowana liczba dni.}$$

**Odpowiedź:** rozwiązanie wszystkich zadań zajmie 25 dni.

Oto przykłady podobnych zadań, których wyniki można odczytać z tabelki. (Uwaga: nie wszystkie rozwiązania muszą być całkowite! Metoda "na piechotę" czasem zawodzi!):

- Samochód przejechał 300 km. Niestety z powodu ruchu średnia prędkość przejazdu była mniejsza o  $15 \frac{km}{h}$  od zaplanowanej, co spowodowało wydłużenie jazdy o godzinę. Jaka była średnia prędkość i czas przejazdu?
- (patrz zadanie 26 z P2) Do zbiornika o pojemności  $300 m^3$  można doprowadzić wodę dwiema rurami. W ciągu jednej godziny pierwsza rura dostarcza do zbiornika o  $20 m^3$  wody więcej, niż druga rura. Czas napełniania zbiornika tylko pierwszą rurą jest o 4 godziny krótszy od czasu napełniania tego zbiornika tylko drugą rurą. Oblicz ile metrów sześciennych na godzinę pompuje pierwsza, a ile druga rura. Jak długo potrwa napełnienie basenu przez obydwie rury jednocześnie?
- (patrz zadanie 31 z P3) Za wynajęcie autobusu na wycieczkę do Wrocławia, uczniowie koła matematycznego z ZS mają zapłacić 300 zł. Ponieważ 3 uczniów zrezygnowało z wycieczki, każdy z pozostałych uczestników zapłacił o 5 zł więcej. Ilu uczniów liczy koło matematyczne?

Odpowiedzi: 1.  $V = 60 \frac{km}{h}, t = 5h$     2.  $V_1 = 50 \frac{m^3}{h}, V_2 = 30 \frac{m^3}{h}, t = 3$  godziny 45 minut    3. 15 uczniów